

Квантовая механика и вычисления. Лекция 2

Квантовый компьютер: возможности и состояние физических реализаций

Ю.И.ОЖИГОВ^{1,2}

ozhigov@cs.msu.su

Home page: <http://sqi.cs.msu.su/ru/teachers/ozhigov>

- ¹Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики
МГУ им. Ломоносова, факультет ВМК,
²Лаборатория физики квантового компьютера,
Физико-технологический институт РАН

27 июня 2016, Москва

Содержание

- 1 Введение в квантовую теорию
- 2 Три эквивалентных подхода к квантовой теории
- 3 Запутанные состояния и нелокальность
- 4 Фейнмановский квантовый компьютер
- 5 Квантовые алгоритмы для математических задач
- 6 Квантовое ускорение - редкий феномен. Нижние оценки квантовой сложности
- 7 Моделирование реальности на квантовом уровне
- 8 Физические реализации квантового компьютера
- 9 Проблема декогерентности. Открытые квантовые системы

Квантование

Введение в квантовую теорию

Квантовая теория требует разбиения классического пространства состояний на кванты: малые зерна, с точностью которых мы рассматриваем пространство, время, импульсы, и все прочие классические физические величины, а также фиксации максимального возможного конечного значения для каждой из этих величин. Это ведет к дискретизации всех основных объектов теории - физических величин и представляющих эти величины эрмитовых операторов - они превращаются в конечные матрицы. Дискретизация необходима для того, чтобы избежать логических противоречий.

Квантовое состояние любого объекта - это линейная комбинация его классических состояний.

Коэффициенты этой линейной комбинации - это амплитуды (значения волновой функции на данном классическом состоянии).

Квадрат модуля любой амплитуды = вероятность найти систему в соответствующем классическом состоянии в результате проведенного над ней измерения.

Любой физической величине, кроме времени, соответствует эрмитов (самосопряженный) оператор. Его собственные числа есть возможные значения данной величины, а соответствующие собственные функции - это квантовые состояния, для которых эта величина принимает в точности данное значение.

Измерение. Правило Борна

Введение в квантовую теорию

Измерение квантового состояния

$$|\Psi\rangle = \sum_j \lambda_j |j\rangle$$

есть случайная величина, принимающая значения $|j\rangle$ с вероятностями $p_j = |\lambda_j|^2$.

Например, если $|j\rangle$ - состояние, при котором частица находится в малом интервале $\Delta_j = [x_j, x_j + \Delta]$, $|\lambda_j|^2$ есть вероятность обнаружить ее в этом интервале при измерении.

Линейность эволюции

Введение в квантовую теорию

Оператор эволюции $U_t : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ должен быть унитарным. Он имеет вид $U_t = \exp(-\frac{i}{\hbar}Ht)$, где $H = E_{kin} + V$ - оператор энергии, для одной частицы $H = \frac{p^2}{2m} + V(r, t)$, где $p = -i\hbar\nabla$ - оператор импульса, $\hbar \approx 10^{-27}$ эрг сек - постоянная Планка.

Подход Шредингера-Гейзенберга

Три эквивалентных подхода к квантовой теории

Уравнение Шредингера

$$i\hbar|\dot{\Psi}\rangle = H|\Psi\rangle$$

Его общее решение

$$|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} \Psi(x_1, t) \\ \Psi(x_2, t) \\ \vdots \\ \Psi(x_N, t) \end{pmatrix} = (u_{ij}(t)) \begin{pmatrix} \Psi(x_1, 0) \\ \Psi(x_2, 0) \\ \vdots \\ \Psi(x_N, 0) \end{pmatrix} = (u_{ij}(t))|\Psi(0)\rangle$$

u_{ij} - амплитуда перехода $|j\rangle \rightarrow |i\rangle$.

$$(u_{ij}(t)) = U_t = \exp(-\frac{i}{\hbar}Ht).$$

Выражение общего решения через собственные функции $|\Phi_j\rangle$ и их собственные значения E_j оператора энергии H :

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_j e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t} \lambda_j |\Phi_j\rangle$$

где $\lambda_j = \langle \Phi_j | \Psi(0) \rangle$.

Собственные числа и функции оператора энергии дают полную информацию о поведении решений уравнения Шредингера.

Подход Фейнмана

Три эквивалентных подхода к квантовой теории

Непрерывная версия подхода Шредингера-Гейзенберга.

$$\Psi(x, t) = \int_R K(x, y, t) \Psi(y, 0) dy$$

где ядро

$$K(x, y, t) = \int_{\gamma: y \rightarrow x} \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[\gamma]\right) \mathcal{D}\gamma,$$

где $S[\gamma] = \int_0^t L(\dot{x}, x, t) dt$, $L = E_{kin} - E_{pot} = \frac{m\dot{x}^2}{2}$, $\gamma : x = x(t)$.

Подход де Бройля-Бома

Три эквивалентных подхода к квантовой теории

Квантовая частица (система) = ансамбль точечных частиц с плотностью $\rho(x, t) = R^2$ и импульсом $p = \nabla S$, движущихся по закону Ньютона под действием силы $F = -\nabla U$, где $U = V_{class} + Q$, V_{class} - классический потенциал, $Q = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta R}{R}$ - квантовый потенциал Бома. Тогда уравнение Шредингера для $\Psi = R \exp(iS)$ эквивалентно уравнению Гамильтона - Якоби

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{p^2}{2m} + U &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{1}{m} \rho p \right) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

для этого ансамбля.

Запутанные состояния

Состояние $|\Psi\rangle$ составной системы незапутано, если для некоторых $|\Psi_1\rangle$ и $|\Psi_2\rangle$ $|\Psi\rangle = |\Psi_1\rangle \otimes |\Psi_2\rangle$

Основная масса квантовых состояний - запутаны. Любая эволюция незапутанного состояния допускает эффективное классическое моделирование.

ЭПР- состояние $|00\rangle + |11\rangle$ - максимально запутанное.

Обобщение ЭПР - GHZ- состояние: $\alpha|00\dots 0\rangle + \beta|11\dots 1\rangle$, еще пример сильно запутанного состояния: W- тип $\frac{1}{n}(|00\dots 01\rangle + |00\dots 10\rangle + \dots + |01\dots 00\rangle + |10\dots 00\rangle)$.

Запутанные состояния и нелокальность

A - эрмитов оператор со спектром λ_j и собственными векторами ϕ_j . Наблюдаемая, соответствующая A есть функция, которая ставит в соответствие вектору состояния $|\Psi\rangle$ случайную величину λ_j с распределением вероятностей $|\langle\phi_j|\Psi\rangle|^2$. Любую наблюдаемую можно ассоциировать с экспериментом, состоящим в измерении состояния $|\Psi\rangle$ в базисе $|\phi_j\rangle$.

$|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B$ - распределенное запутанное состояние, расстояние между A и B - сто километров. Есть два детектора: A и B , детектор A измеряет наблюдаемые $X = \sigma_x$, $Y = \sigma_z$, детектор B измеряет наблюдаемые $X = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_z + \sigma_x)$, $Y = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_z - \sigma_x)$. Любой детектор выбирает один из своих двух вариантов случайно, с вероятностью $1/2$.

Нарушение неравенства Белла

Запутанные состояния и нелокальность

Пусть

$$\epsilon(a, b) = \begin{cases} -1, & \text{if } a = y, b = Y, \\ 1 & \text{else} \end{cases}$$

Если нет дальнегодействия (информация об ориентации детектора не влияет на исход измерения в другом детекторе), должно выполняться неравенство Белла: математическое ожидание $M(\epsilon(a, b)) \leq \frac{1}{2}$. Квантовый расчет дает $M(\epsilon(a, b)) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Эксперименты в точности подтверждают результат квантового расчета. Это означает наличие сверхсветового информационного канала.

Нарушения принципа относительности нет, потому что данный канал нельзя использовать для передачи сообщений, генерированных пользователем.

Фейнмановский квантовый компьютер

Определение

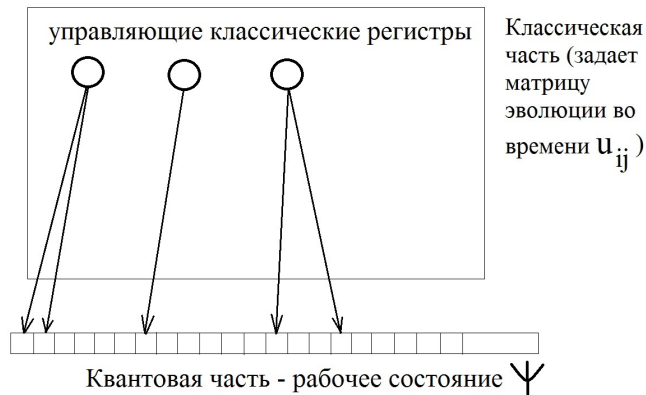


Рис.: Квантовый компьютер: классическое управление квантовой лентой

Квантовое вычисление

Фейнмановский квантовый компьютер

Квантовый алгоритм = классический алгоритм для классической части. Это - функция f управляющая эволюцией классической части. Каждое состояние C классической части индуцирует унитарный оператор $U(C)$ над квантовой частью.

Квантовое вычисление имеет вид

$$\begin{array}{ccccccc}
 C_0(x) & \xrightarrow{f} & C_1 & \xrightarrow{f} & C_2 & \xrightarrow{f} \dots & \xrightarrow{f} & C_t \\
 |\Psi_0\rangle & \xrightarrow{U(C_0)} & |\Psi_1\rangle & \xrightarrow{U(C_1)} & |\Psi_2\rangle & \xrightarrow{U(C_2)} \dots & \xrightarrow{U(C_{t-1})} & |\Psi_t\rangle
 \end{array}$$

Квантовое вычисление с оракулом

Фейнмановский квантовый компьютер

Вычисление с оракулом F : некоторые состояния требуют обращения к оракулу вместо очередной операции над состоянием, как в классическом, так и в квантовом случае.

Квантовое вычисление с оракулом:

$$\begin{array}{ccccccc}
 C_0(x) \dots C_{i_1}^q & \rightarrow & C_{i_1+1} \dots & C_{i_2}^q & \rightarrow & C_{i_2+1} \dots & C_{i_t} \\
 |\Psi_0\rangle \dots |\Psi_{i_1}\rangle & \xrightarrow{\mathcal{F}} & |\Psi_{i_1+1}\rangle \dots & |\Psi_{i_2}\rangle & \xrightarrow{\mathcal{F}} & |\Psi_{i_2+1}\rangle \dots & |\Psi_{i_t}\rangle
 \end{array}$$

При вопросном состоянии классической части C^q применяется квантовая версия оракула F :

$$\mathcal{F} : |x, y\rangle \rightarrow |x, y \oplus F(x)\rangle.$$

Квантовый оракул

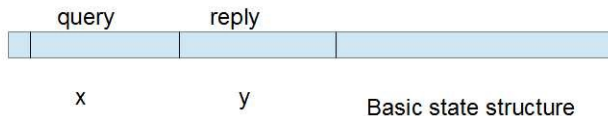


Рис.: Квантовый оракул $|x, y\rangle \rightarrow |x, y \oplus \mathcal{F}(x)\rangle$ действует на каждом базисном состоянии $|j\rangle$ в суперпозиции $|\Psi\rangle = \sum_j \lambda_j |j\rangle$.

Алгоритм Гровера

Квантовые алгоритмы

Решаем переборную задачу: нахождение корня булевского уравнения $f(x) = 1$ с n переменными. Рассматриваем пространство n кубитов размерности $N = 2^n$. Квантовый оракул, соответствующий функции f :

$Qu_j : |x, y\rangle \rightarrow |x, y \oplus f(x)\rangle$ можно построить, имея f .

Отражение I_a пространства \mathcal{H} состояний:

$$I_a|b\rangle = \begin{cases} |b\rangle, & \text{if } \langle a|b\rangle = 0, \\ -|a\rangle, & \text{if } |a\rangle = |b\rangle \end{cases}$$

можно реализовать для $|a\rangle = |\tilde{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_j |j\rangle$ и для $|a\rangle = |x_{sol}\rangle$, где x_{sol} - единственный корень $f(x) = 1$. Тогда алгоритм Гровера состоит в применении оператора

$G = -I_{\tilde{0}} I_{x_{sol}}$ к $|\tilde{0}\rangle$ $\frac{\pi\sqrt{N}}{4}$ раз.

Действие оператора G представляет собой перемещение по окружности в \mathcal{H} , при котором коллапс и возрождение искомого состояния $|x_{sol}\rangle$ следуют друг за другом.

Квантовое ускорение - редкий феномен

Нижние оценки квантовой сложности

Общая форма классического вычисления:

$$x_0 \rightarrow f(x_0) \rightarrow f^2(x_0) \rightarrow \dots \rightarrow f^T(x_0) = f^T$$

В квантовом случае f выступает как оракул. Квантовое ускорение - это когда f^T можно получить меньше, чем за T шагов, имея квантовую версию оракула f :

$Qu_f : |x, y\rangle \rightarrow |x, y \oplus f(x)\rangle$. Квантовое вычисление при этом имеет вид

$$\xi_0 \xrightarrow{W} \xi_1 \xrightarrow{W} \dots \xrightarrow{W} \xi_t \xrightarrow{\text{measurement}} \text{something with } f^T,$$

где $W = Qu_f$ and some unitary gates. Унитарные гейты (рабочие операции): **CNOT** : $|x, y\rangle \rightarrow |x, x \oplus y\rangle$, однокубитовые, гейт Тоффоли **Tof** : $|x, y, z\rangle \rightarrow |x, y, xy \oplus z\rangle$.

Квантовое ускорение - редкий феномен

Нижние оценки квантовой сложности

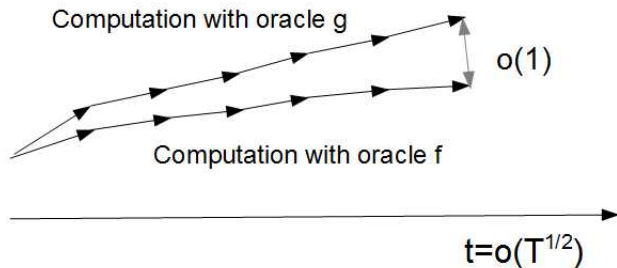


Рис.: Изменение оракула на одном слове дает иной результат классического вычисления, но слишком быстрый квантовый компьютер не успевает зафиксировать разницу

Эффект от изменения оракула в квантовом

вычислении

Квантовое ускорение - редкий феномен

Пусть $q(j)$ обозначает подслово в базисном слове j , на котором вызывается оракул. Тогда вероятность вопроса на слове a в состоянии $\xi = \sum_j \lambda_j |j\rangle$ составит $\delta_a(\xi) = \sum_{j: q(e_j)=a} |\lambda_j|^2$.

Квантовое состояние ξ индуцирует метрику на множестве оракулов $d_\xi(f, g) = (\sum_a: f(a) \neq g(a) \delta_a(\xi))^{1/2}$. Для двух вычислений с оракулами, отличающимися на одном слове a

$$\begin{aligned} f: & \chi_0 \rightarrow \chi_1 \rightarrow \dots \rightarrow \chi_t \\ g: & \chi_0 \rightarrow \chi'_1 \rightarrow \dots \rightarrow \chi'_t \end{aligned}$$

имеет место неравенство: $|\chi_t - \chi'_t| \leq 2 \sum_{i=0}^{t-1} d_a(\chi_i)$.

Эффект от изменения оракула в квантовом

вычислении

Квантовое ускорение - редкий феномен

Определим матрицу (a_{ij}) через

$$a_{ij} = \delta_{fi}(\chi_j), \quad i = 0, 1, \dots, t; \quad j = 0, 1, \dots, T.$$

Для любого $i = 0, \dots, t$
$$\sum_{j=0}^T a_{ij} \leq 1, \quad t \geq \sum_{i=0}^t \sum_{j=0}^T a_{ij} = \sum_{j=0}^T \sum_{i=0}^t a_{ij}.$$

Существует такой $\tau \in \{0, 1, \dots, T\}$ что
$$\sum_{i=0}^t a_{i\tau} \leq \frac{t}{T}.$$

Произвольное изменение значения f только на слове f^τ даст другой оракул g , для которого с вероятностью, близкой к 1

$$f^\tau \neq g^\tau. \quad \text{Но } |\chi_t - \chi'_t| \leq 2 \sum_{i=0}^t \sqrt{a_{i\tau}} \leq 2\sqrt{t \sum_{i=0}^t a_{i\tau}} \leq 2t/T^{1/2} <$$

$\gamma(n) \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$), и потому квантовый компьютер не сможет различить эти два случая.

Квантовое ускорение - редкий феномен

Мы понимаем под классическим алгоритмом словарную функцию f , сохраняющую длину слов.

Для случайно выбранного классического алгоритма с вероятностью 1 у него нет квантового ускорения, превышающего квадратичное: $t_{quant} = \Omega(\sqrt{T_{class}})$.

Для коротких классических алгоритмов, у которых $T_{class} = O(N^{1/7})$, где N - число всевозможных состояний классической ленты, с вероятностью 1 квантового ускорения нет вообще:

$$t_{quant} = T_{class}$$

Вывод: квантовое ускорение возможно только для задач, которые хорошо распараллеливаются на классическом компьютере.

Алгоритм Залки-Визнера

Моделирование реальности на квантовом уровне

Решение уравнения Шредингера на квантовом компьютере:
кубитовая модель волновой функции.

$$\exp\left[-\frac{i}{\hbar}\left(\sum_j \frac{p_j^2}{2m_j} + V(\vec{r})\right)t\right] \approx \left\{ \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \sum_j \frac{p_j^2}{2m_j}\right]^{\delta t} \exp\left[-\frac{i}{\hbar} V(\vec{r})\right]^{\delta t} \right\}^{\frac{t}{\delta t}}$$

$\exp\left[-\frac{i}{\hbar} V(\vec{r})\right]^{\delta t}$ можно моделировать напрямую, если V простая. Часть, связанная с кинетической энергией сводится к диагональной форме преобразованием Фурье, которое можно реализовать на квантовом компьютере по методу Шора. Этот метод требует времени $O(t^2)$, где t - реальное физическое время, и память порядка размеров самой моделируемой системы.

Квантовая физика кубита

Коллапс и возрождение - главные квантовые сценарии

Квантовая динамика одного кубита подразумевает чередование коллапсов и возрождений:

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}} \langle \Phi_0 | \Psi(0) \rangle |\Phi_0\rangle + e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} \langle \Phi_1 | \Psi(0) \rangle |\Phi_1\rangle$$

Для реализации гейта NOT: $|x\rangle \rightarrow |x \oplus 1\rangle$ надо просто подождать $\delta t = \frac{\pi \hbar}{E_1 - E_0}$.

Гейт CNOT: $|x, y\rangle \rightarrow |x, x \oplus y\rangle$ также реализуется подбором нужного времени в системе с взаимодействием кубитов.

Гейты NOT и CNOT на зарядовых состояниях

Физические реализации квантового компьютера

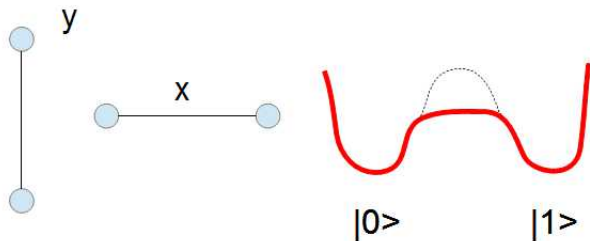


Рис.: Реализация NOT и CNOT. Положение контролирующего электрона влияет на высоту барьера контролируемого. "Отдача" в контролирующей точке подавляется установлением высокого барьера

Физические реализации квантового компьютера

Оптическая полость

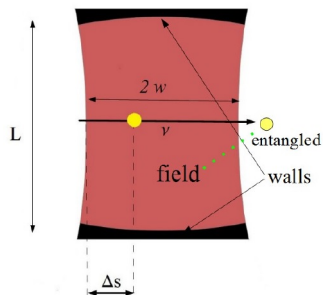


Рис.: Оптическая полость, служащая резонатором, удерживающим фотоны определенной частоты ω_c . Ее эффективная длина L кратна целому числу половин длины волны фотона. Сила γ взаимодействия фотона с атомом, занимающим положение x внутри полости, равна $\gamma = \sqrt{\hbar\omega_c/2\epsilon_0 V_c d} \sin(2\pi x/L)$, где V_c - эффективный объем полости, d - дипольный момент атома.

Физические реализации квантового компьютера

Оптические полости. Модель Джейнса-Каммингса и Тависа-Каммингса (Дика)

Один атом в полости,

$$H_{JC} = \hbar\omega_a\sigma^+\sigma + \hbar\omega_c a^+ a + \gamma(\sigma^+ + \sigma)(a^+ + a) = \hbar\omega_a\sigma^+\sigma + \hbar\omega_c a^+ a + \gamma(\sigma^+ a + \sigma a^+ + \sigma^+ a^+ + \sigma a).$$

Если сила взаимодействия поля и вещества мала: $\gamma/\hbar\omega_a \ll 1$, можно отбросить в гамильтониане члены, которые по-отдельности не сохраняют энергию: σa и $\sigma^+ a^+$. Это называется RWA приближением (rotating wave approximation):

$$H_{RWA} = \hbar\omega_a\sigma^+\sigma + \hbar\omega_c a^+ a + \gamma(\sigma^+ a + \sigma a^+).$$

Для нескольких атомов в полости в гамильтониан войдут слагаемые энергии для всех атомов и взаимодействие с полем для каждого атома по-отдельности. Атомы взаимодействуют друг с другом только через поле.

Приведение к матричной форме.

1). Устанавливаем физический смысл кубитов. Базисное состояние $|photonstate, atomstate\rangle$. 0- нет фотона, атом в основном состоянии, 1- есть фотон, атом в возбужденном состоянии.

$|00\rangle$ - нет фотона и атом в основном состоянии. $|01\rangle$ - нет фотона и атом в возбужденном состоянии, $|10\rangle$ - есть фотон и атом в основном состоянии, $|11\rangle$ - есть фотон и атом в возбужденном состоянии.

2). Записываем все состояния в виде столбцов, операторы - в виде матриц:

$$|00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a^+ = a^*, \sigma^+ = \sigma^*$$

где * обозначает сопряжение: транспонирование плюс комплексное сопряжение элементов матрицы. Тогда

$$H_{RWA} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h\omega_a & \gamma & 0 \\ 0 & \gamma & h\omega_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h(\omega_a + \omega_c) \end{pmatrix}.$$

Рассматривая динамику системы

$|\Psi(t)\rangle = \exp(-\frac{i}{\hbar}H_{RWA}|\Psi(0)\rangle$, получим осцилляции Раби:

$|01\rangle \longleftrightarrow |10\rangle$.

Физические реализации квантового компьютера

Оптические полости. Модель Джейнса-Каммингса-Хаббарда

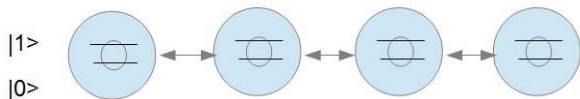


Рис.: Модель JCH: двух-уровневые атомы в оптических полостях. Фотоны могут перескакивать между полостями

Гамильтониан JCH:

$$\begin{aligned}
 H_{JCH} = & \omega_a \sum_i \sigma_i^+ \sigma_i + \omega_c \sum_i \mathbf{a}_i^+ \mathbf{a}_i + \\
 & \sum_i \gamma_i (\sigma_i^+ \mathbf{a}_i + \sigma_i \mathbf{a}_i^+ + \sigma_i^+ \mathbf{a}_i^+ + \sigma_i \mathbf{a}_i) + \\
 & \sum_{i>j} \delta_{ij} (\mathbf{a}_i^+ \mathbf{a}_j + \mathbf{a}_i \mathbf{a}_j^+),
 \end{aligned}$$

$$\sigma_i |\epsilon\rangle = \epsilon |1 - \epsilon\rangle, \quad \mathbf{a}_i |n\rangle_i = \sqrt{n} |n - 1\rangle_i$$

Физическая реализация нелинейного фазового сдвига

Оптические полости

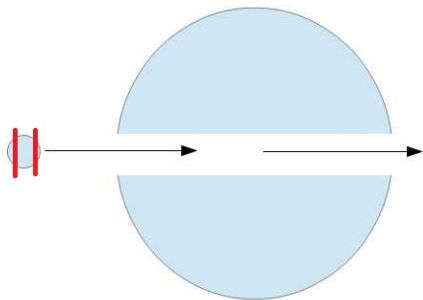


Рис.: NPS: полость, через которую пролетает двух=уровневый атом. Энергия поля в полости не больше $2\omega_c$. Выбирается нужное время нахождения атома в полости для реализации NFS:

$$|0\rangle \rightarrow |0\rangle, |1\rangle \rightarrow |1\rangle, |2\rangle \rightarrow -|2\rangle.$$

Линейный оптический элемент - светоделитель

Оптические полости

$$|n\rangle_{a_1} |m\rangle_{a_2} = \frac{1}{\sqrt{n!m!}} (a_1^+)^n (a_2^+)^m |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2} \longrightarrow$$

$$\frac{1}{\sqrt{n!m!}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (a_1^+ + a_2^+) \right]^n \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (a_1^+ - a_2^+) \right]^m |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2}$$

Реализация CNOT на фотонах

Физические реализации квантового компьютера

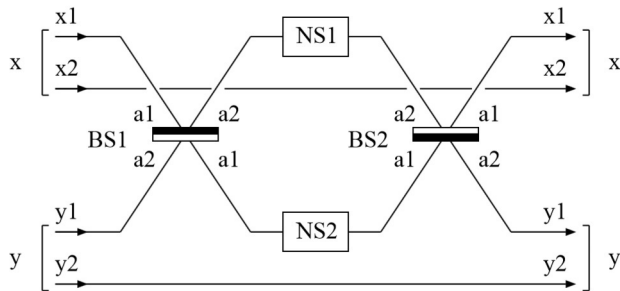
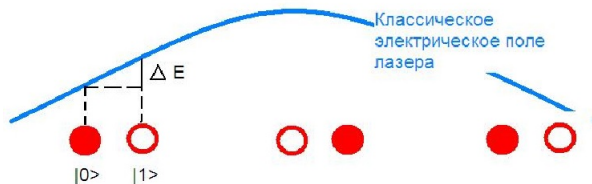


Рис.: Реализация CNOT на фотонах в оптической полости

Квантовый компьютер на ионах в ловушке Пауля

Физические реализации квантового компьютера



время перехода между основным и возбужденным состояниями зависит от ΔE - получается

запутанное состояние возбужденного состояния и колебательной моды: состояние в пространстве

$$H_{\{osc\}} \otimes H_{\{exc\}}$$

Вычисление происходит в $H_{\{exc\}}$

Рис.: Квантовое вычисление на ионах в ловушке Пауля (схема)

Ловушка Пауля

Физические реализации квантового компьютера

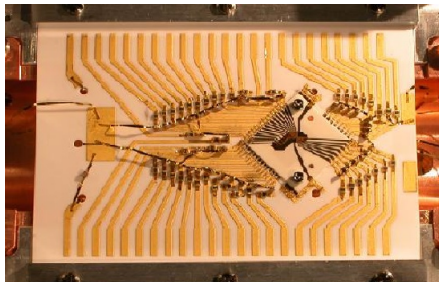


Рис.: Ловушка ионов Пауля

Проблема декогерентности

Открытые квантовые системы

Открытая квантовая система подвергается перманентным измерениям со стороны окружения. Ее матрица плотности $\rho(t)$, первоначально чистая: $\rho(0) = |\Psi(0)\rangle\langle\Psi(0)|$ эволюционирует согласно уравнению Коссаковского-Линдблада (master equation):

$$\begin{aligned}
 ih\dot{\rho} &= [H, \rho] + i\mathcal{L}(\rho), \\
 \mathcal{L}(\rho) &= \sum_i g_i (L_i \rho L_i^* - \frac{1}{2} \{L_i^* L_i, \rho\})
 \end{aligned}$$

где L_i - операторы декогерентности, например $L_i = |\phi_{out}\rangle\langle\phi_{in}|$ для начального и конечного состояний ϕ_{in}^i , ϕ_{out}^i измерений, g_i - интенсивности соответствующих операторов.

Декогерентность как алгоритмическое ограничение

Проблема декогерентности

”Декогерентность есть ограниченность памяти классического компьютера, реализующего квантовую эволюцию сложной системы”